Комнатный Д.В., к. т. н.
Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого

ЗАДАЧИ ЛЕОНАРДО ДА ВИНЧИ О СЕГМЕНТАХ КРУГА

(дополнительные материалы к занятиям по геометрии)

В настоящее время не подлежит сомнению, что успешное освоение курса геометрии средней школы невозможно без поддержания постоянного интереса учащихся к предмету, хорошего закрепления изученного, рассмотрения дополнительного материала.

Одним из путей, обеспечивающих эти приемы обучения, является рассмотрение на уроках, факультативных занятиях, кружках дополнительных учебных материалов, почерпнутых из истории математики.

Избранные таким образом теоремы, задачи имеют нестандартную форму, что обеспечивает разнообразие учебных занятий. Они зачастую выходят за пределы программы, что дает возможность организовать учебно-исследовательскую работу учащихся. Для таких исследований требуются твердые знания и хорошие навыки в геометрии, что побуждает учащихся иметь таковые знания и навыки. Эти материалы, в подавляющем большинстве случаев, связаны с историей развития человеческого общества и деятельностью выдающихся людей, как профессиональных математиков, так и любителей этой науки. Ознакомление учащихся с этой стороной рассматриваемого материала вносит существенную гуманитарную составляющую в занятия, повышает культуру учащихся.

Предлагаемая вниманию преподавателей математики публикация посвящена рассмотрению поставленных Леонардо Да Винчи задач о сегментах круга, которые являются ярким примеров обогащающего курс геометрии материала. К сожалению, даже в обобщающих трудах по истории математики, не только анализ этих задач, но и постановка не приводятся [1, 2]. Следовательно, они являются новыми для целей преподавания. Личность автора задач – универсального гения, титана Возрождения, пятисотлетие со дня смерти которого отмечается в 2019 году – должна увлечь внимание учащихся, а учителю дается при этом возможность обогатить занятие историческими и межпредметными экскурсами. Поэтому привлечение этих задач в качестве дополнительного материала является оправданным и целесообразным.

Примечательной особенностью геометрических исследований Леонардо Да Винчи является то, что он подходил к ним и как математик и как художник. На страницах Атлантического кодекса рукописей Леонардо можно найти большое число изображений луночек и сегментов круга, образующих последовательные ряды перестроений от простых конфигураций к сложным, напоминающим узоры [3]. Перестроения осуществлялись на основе соображений симметрии и условия сохранения площади сегментов круга в исходном и результирующем построении.

Основной интерес представляют базовые или начальные конфигурации. Анализ чертежей Леонардо Да Винчи совместно с результатами [4] позволил выделить две таких конфигурации, основанных на свойствах сегмента круга и прямоугольного треугольника.

Предложение 1. Удвоенная площадь сегмента *DTB* равна половине площади сегмента *AOB*.
(рисунок 1)

Доказательство.

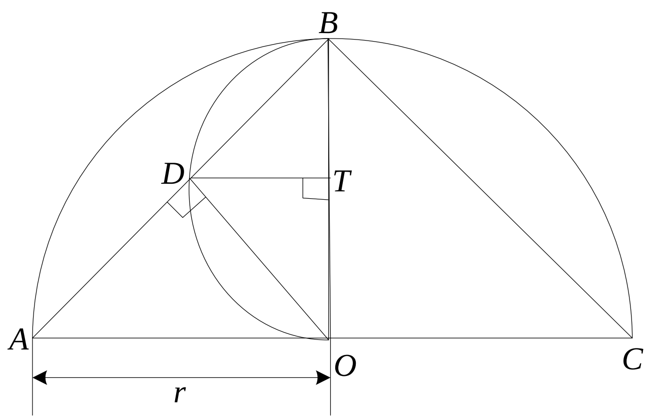

Рисунок 1 – Базовое построение для треугольника

Треугольник AOB равнобедренный и прямоугольный, так как $AO=OB=r$. Поэтому $AB = r\sqrt{2}$. К AB восставим перпендикуляр из O, который является и медианой треугольника AOB. По известной теореме эта медиана равна половине гипотенузы, $OD = \frac{r\sqrt{2}}{2}$. Тогда треугольник ODB прямоугольный и равнобедренный. Если из D провести высоту к OB, то высота будет и медианой. По той же теореме $DT=OB/2=r/2$. Тогда, через точки B, D, O можно провести окружность радиуса $r/2$.

По известной формуле площади сегмента площадь сегмента AOB $S_{AOB} = \frac{\pi r^2 90}{360} - \frac{r^2}{2} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

Площадь сегмента DTB $S_{DTB} = \left(\frac{r}{2}\right)^2 \frac{\pi 90}{360} - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{r^2}{8}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$.

Из этих формул следует $2S_{DTB} = \frac{1}{2} S_{AOB}$.

Предложение 2. Удвоенная площадь сегмента FOB равна площади сегмента AOC. (рисунок 2)

Доказательство.

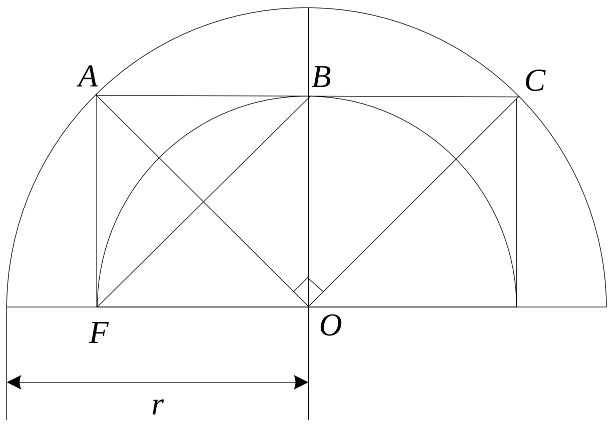

Рисунок 2 –Базовое построение для квадрата

В полукруге проводится два радиуса OA и OC под углом 90°. Гипотенуза треугольника AOC $AC = r\sqrt{2}$ по известной теореме. Из точки A на диаметр полукруга опустим перпендикуляр AF. Из точки O в треугольнике AOC проведем высоту BO, которая также является медианой, так как треугольник AOC – равнобедренный. Тогда по известной теореме $BO = \frac{r\sqrt{2}}{2}$. С другой стороны $FO = AB = \frac{r\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, через точки B и F можно провести окружность с центром в O.

По формуле площади сегмента площадь сегмента AOC $S_{AOC} = \frac{\pi r^2 90}{360} - \frac{r^2}{2} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$.

Площадь сегмента FOB $S_{FOB} = \left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right)^2 \frac{\pi 90}{360} - \frac{1}{2}\left(\frac{r\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{r^2}{4}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$.

Из этих формул следует, что $S_{AOC} = 2S_{FOB}$.

В дальнейшем можно предложить учащимся самостоятельно выполнить некоторые из построений, выполненных Леонардо Да Винчи в развитие базовых конфигурацй. Пример такого построения приведен на рисунке 3.

При преобразовании базовой конфигурации (рисунок 2) по соображениям симметрии введены полусегменты AFG и CEH, сумма площадей которых равна площади сегмента $ABCD$. Исходя из базовой конфигурации предложения 2 и соображений симметрии, построен сегмент BOE. Сумма площадей сегментов FOB и BOE по предложению 2 равна сумме площадей полусегментов AFG и CEH и площади сегмента $ABCD$.

Самостоятельное выполнение задания, требующее творческого подхода, внимания и сообразительности, должно заинтересовать и мотивировать учащихся.

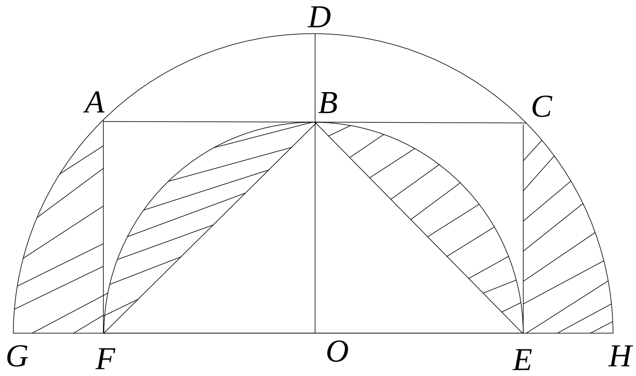

Рисунок 3 – Пример преобразования базовой конфигурации

Таким образом, исследование современными средствами высказанных Леонардо Да Винчи геометрических предложений посильно школьникам, дает возможность углубленного изучения и закрепления свойств прямоугольного треугольника и сегмента круга, отвечает современным подходам в образовании. Тогда допустимо сделать вывод о возможности и желательности использования предлагаемого материала при изучении геометрии в средней школе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1.Рыбников, К. А. Возникновение и развитее математической науки: Кн. для учителя – М. : Просвещение, 1987. – 156 с.

2. Айзексон, У. Леонардо Да Винчи – М. : ООО»Издательство АСТ». – 360 с.

3 Альсина, К. Секта чисел. Теорема Пифагора – М. : ДеАгостини, 2014. – 160 с.

4. Capra, F. The science of Leonardo – N. Y. : Doubleday. – 312 p.